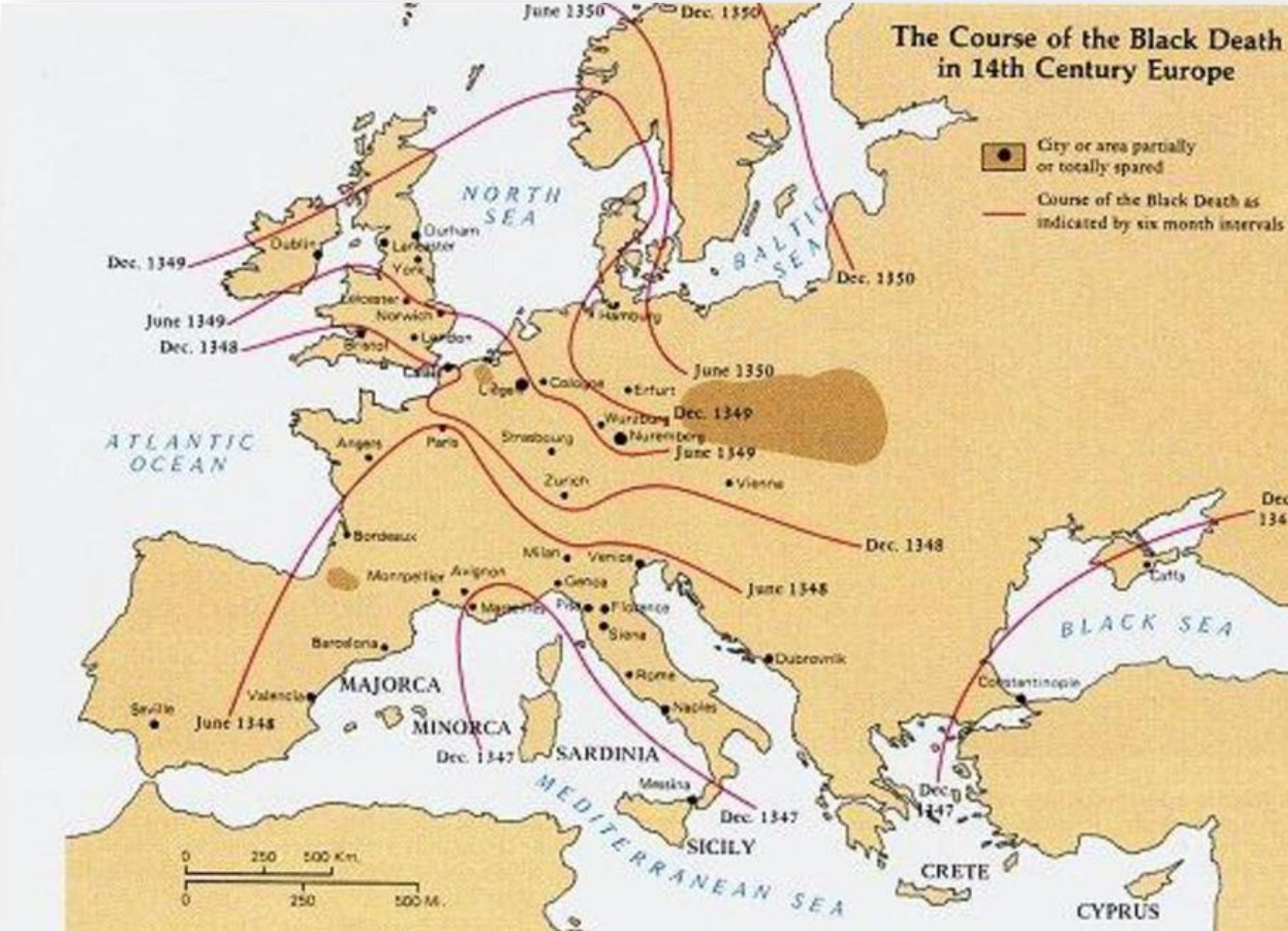
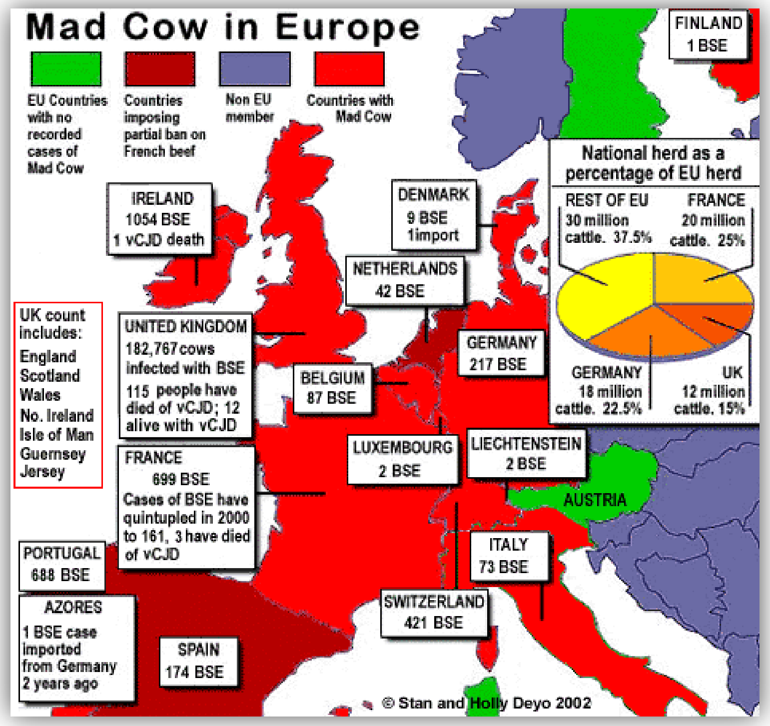
Modelowanie zjawisk kolektywnych

Rozprzestrzenianie się informacji w sieciach złożonych

dr hab. Piotr Fronczak

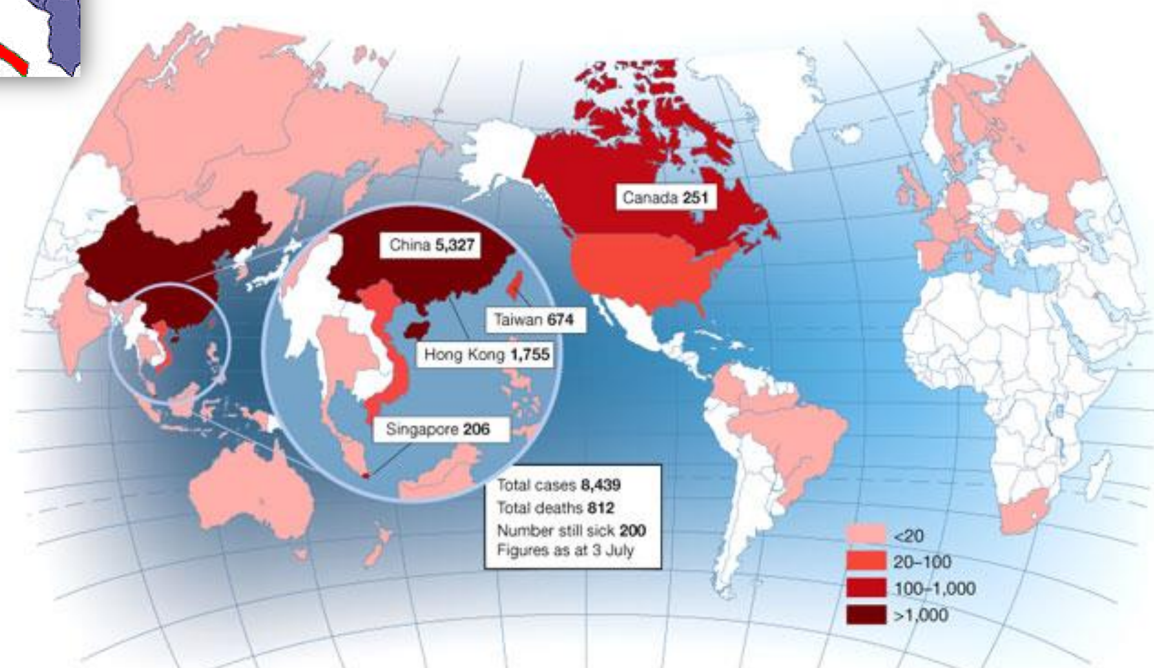
Epidemiologia





BSE - gąbczasta encefalopatia bydła (1987-2003)

SARS - zespół ciężkiej ostrej niewydolności oddechowej (2002-2003)



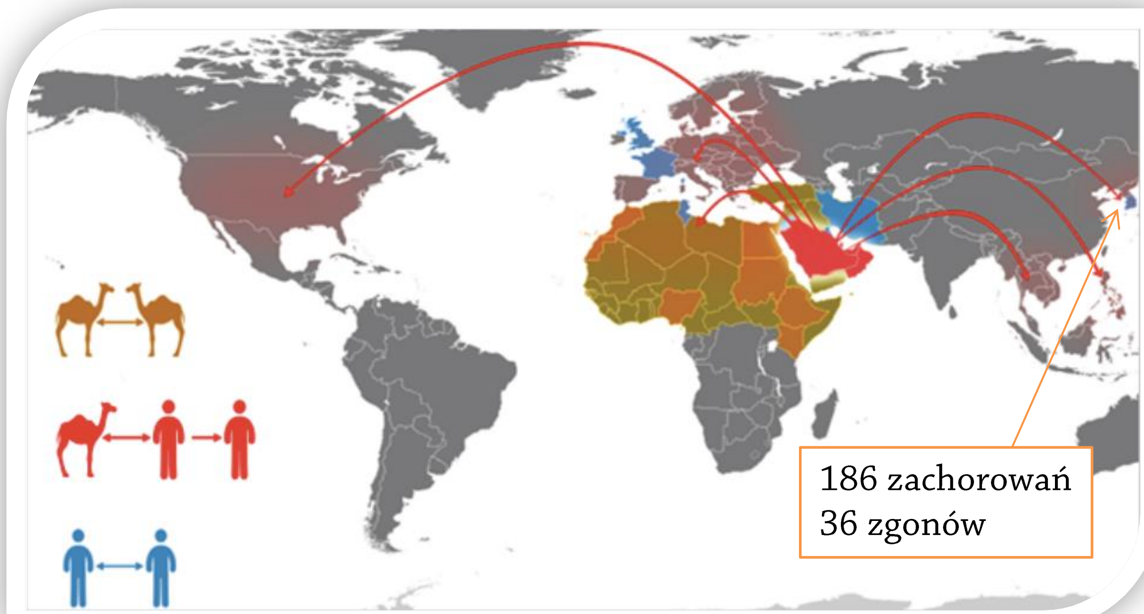
Nature, vol. 424, pp. 121–126 (2003)

World Health Organization, 2009

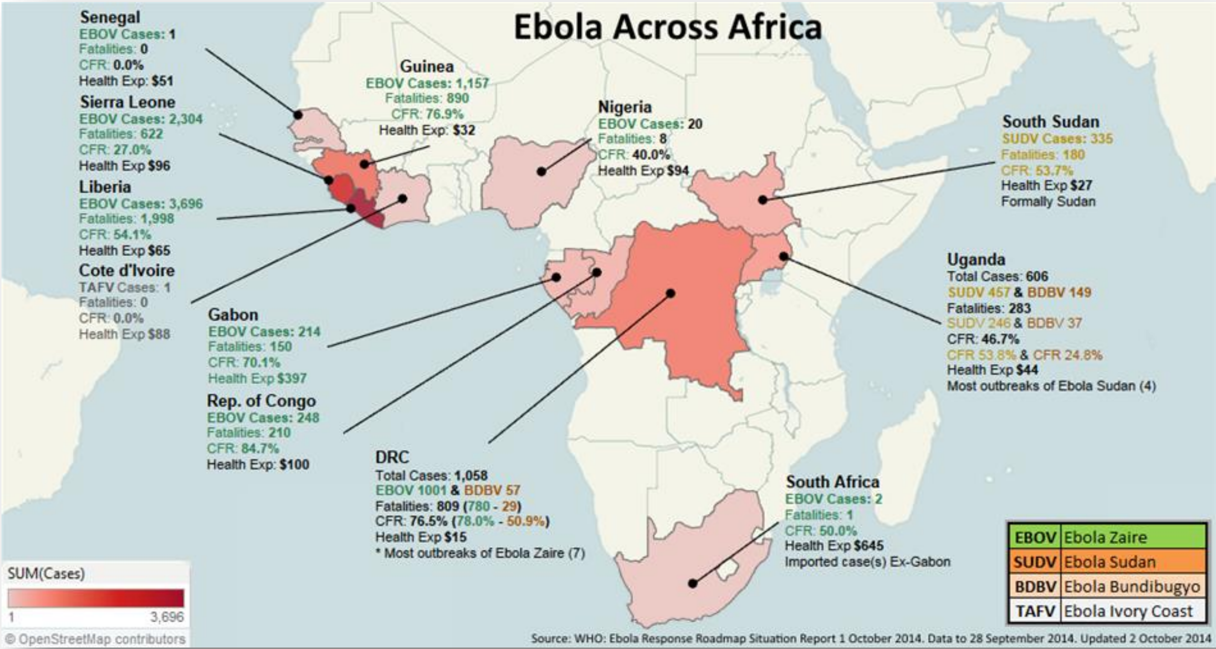
H1N1 – świńska grypa, (2009)

hiszpanka, 500 mln zakażonych i 50-100 mln zgonów w latach 1918-1919

MERS - bliskowschodni zespół niewydolności oddechowej (2012)

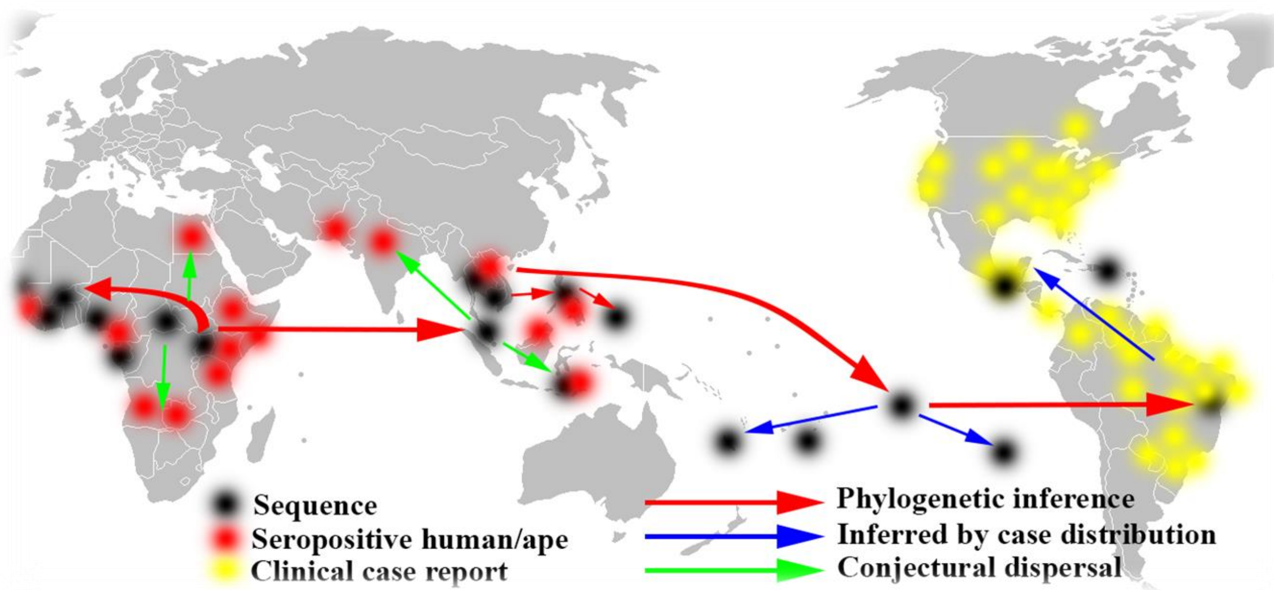


World Health Organization, 2012



Ebola (2014-2015)
28 tyś. zachorowań
11 tyś. zgonów

ZIKA (2014-2017)
Puchar konfederacji, Taiti

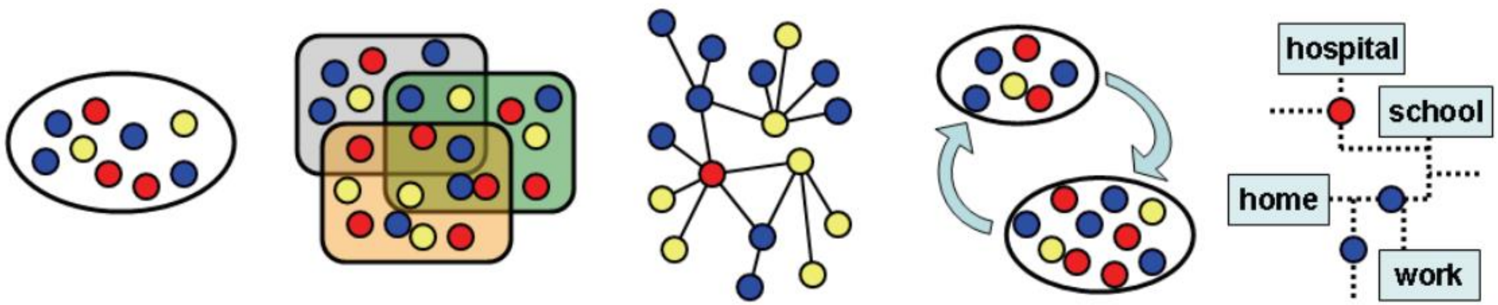


Typy dystrybucji

jednorodne

sieć kontaktów

agentowe



warstwy społeczne

meta populacje

Susceptible – zdrowy podatny

Infected – zainfekowany

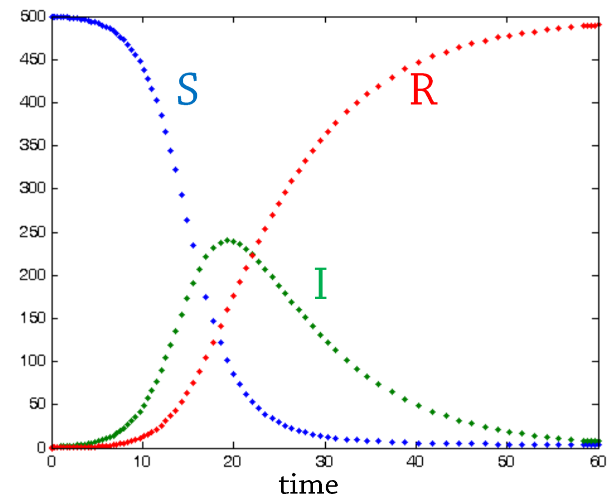
Recovered – ozdrowiały uodporniony

Removed – zmarły

Exposed – zainfekowany utajony

Typy modeli

- SIS: $S \xrightarrow{\lambda} I \xrightarrow{\mu} S$ (rzeżączka)
- SIR: $S \xrightarrow{\lambda} I \xrightarrow{\mu} R$ (odra, świnka, różyczka)
- SEIR: $S \xrightarrow{\lambda} E \xrightarrow{\beta} I \xrightarrow{\mu} R$ (ospa wietrzna, okres inkubacji 14 dni)
- SEIRS: $S \xrightarrow{\lambda} E \xrightarrow{\beta} I \xrightarrow{\mu} R \xrightarrow{\xi} S$ (rotawirusy, malaria)
- SI: $S \xrightarrow{\lambda} I$ (opryszczka, dowcipy)



Przykładowa dynamika modelu SIR w układzie jednorodnym

$$\frac{dS}{dt} = -\lambda S \frac{I}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \lambda S \frac{I}{N} - \mu I$$

$$\frac{dR}{dt} = \mu I$$

ubytek w grupie zdrowych podatnych osobników jest proporcjonalny do ilości kontaktów osobników podatnych i zainfekowanych

przyrost osobników ozdrowiałych jest wprost proporcjonalny do ilości aktualnie chorych

Modelowanie przestrzenne

$$\frac{dS}{dt} = -\lambda S \frac{I}{N} + D_S \Delta S$$
$$\frac{dI}{dt} = \lambda S \frac{I}{N} - \mu I + D_I \Delta I$$
$$\frac{dR}{dt} = \mu I$$

Równanie reakcji-dyfuzji

laplasjan

Parametry D_S i D_I - współczynniki dyfuzji opisujące tempo zmian przestrzennych odpowiednich populacji.

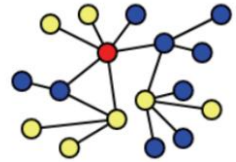
NetLogo

Wnioski ogólne z modeli jednorodnych

Epidemia rozwinie się na dużą skalę, gdy tempo rozprzestrzeniania się choroby

$$\kappa = \frac{\lambda}{\mu} > \kappa_c$$

By stłumić epidemię należy zmniejszyć λ lub zwiększyć μ (np. zwiększając wydatki na służbę zdrowia, profilaktykę zdrowotną, wspieranie badań naukowych, hospitalizację zarażonych).



Wnioski ogólne z modeli sieciowych

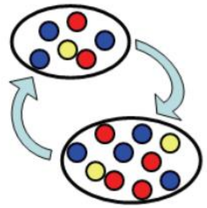
W sieciach o rozkładzie stopni wierzchołków *P(k)*, można pokazać (patrz wykład Modelowanie Sieci Złożonych), że krytyczne tempo rozprzestrzeniania się choroby

$$\kappa_c = \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle}.$$

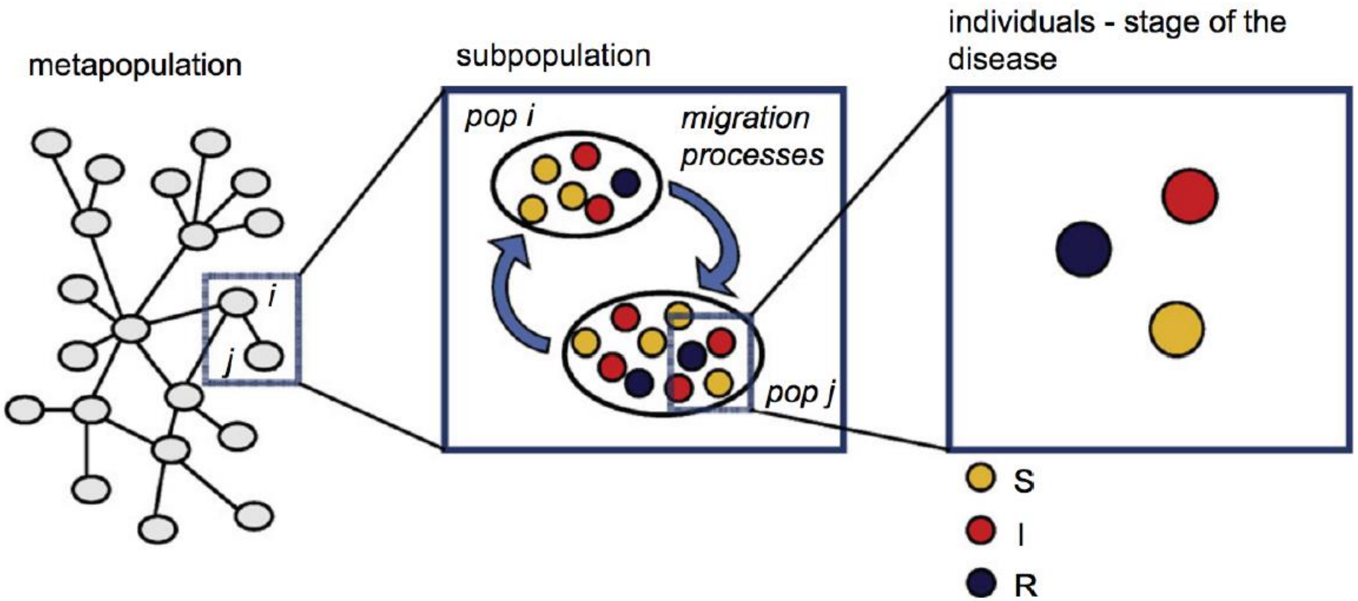
W rzeczywistych sieciach bezskalowych, gdzie $P(k) \sim k^{-\alpha}$, $\alpha \in [2,3]$:
$\langle k^2 \rangle \to \infty$, zatem próg epidemii $\kappa_c \to 0$.

W sieciach bezskalowych epidemii nie można zatrzymać posługując się tradycyjnymi metodami, takimi jak masowe szczepienia!

Modelowanie metapopulacyjne



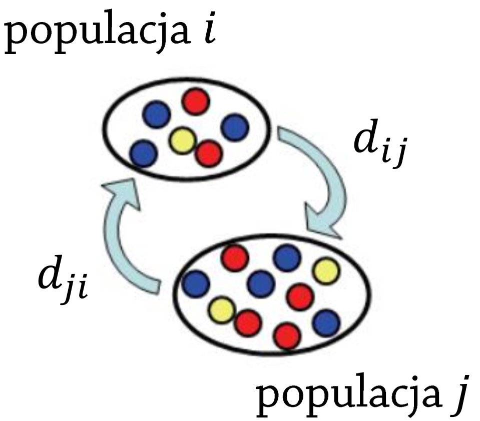
Model wieloskalowy – kompromis między modelami jednorodnymi a agentowymi



Vittoria Colizza, Alain Barrat, Marc Barthélemy and Alessandro Vespignani
Predictability and epidemic pathways in global outbreaks of infectious diseases: the SARS case study
BMC Medicine vol. 5, p.34 (2007)

Dynamika wieloskalowego modelu SIR

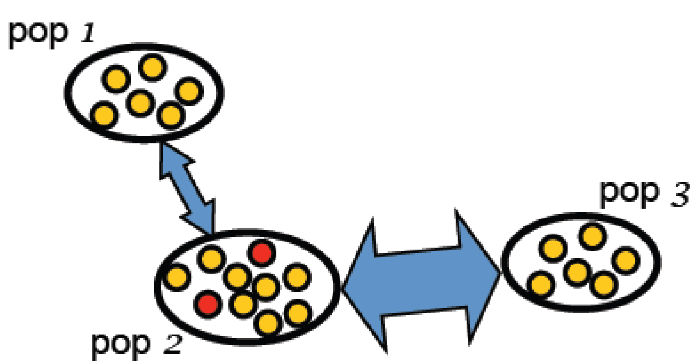
$$\frac{dS_i}{dt} = -\lambda S_i \frac{I_i}{N_i} + \Omega^S{}_i$$
$$\frac{dI_i}{dt} = \lambda S_i \frac{I_i}{N} - \mu I_i + \Omega^I{}_i$$
$$\frac{dR_i}{dt} = \mu I_i$$

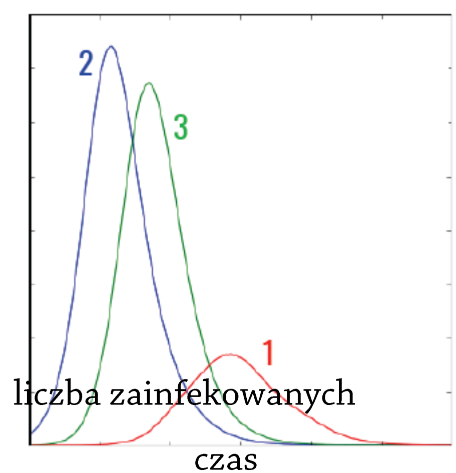


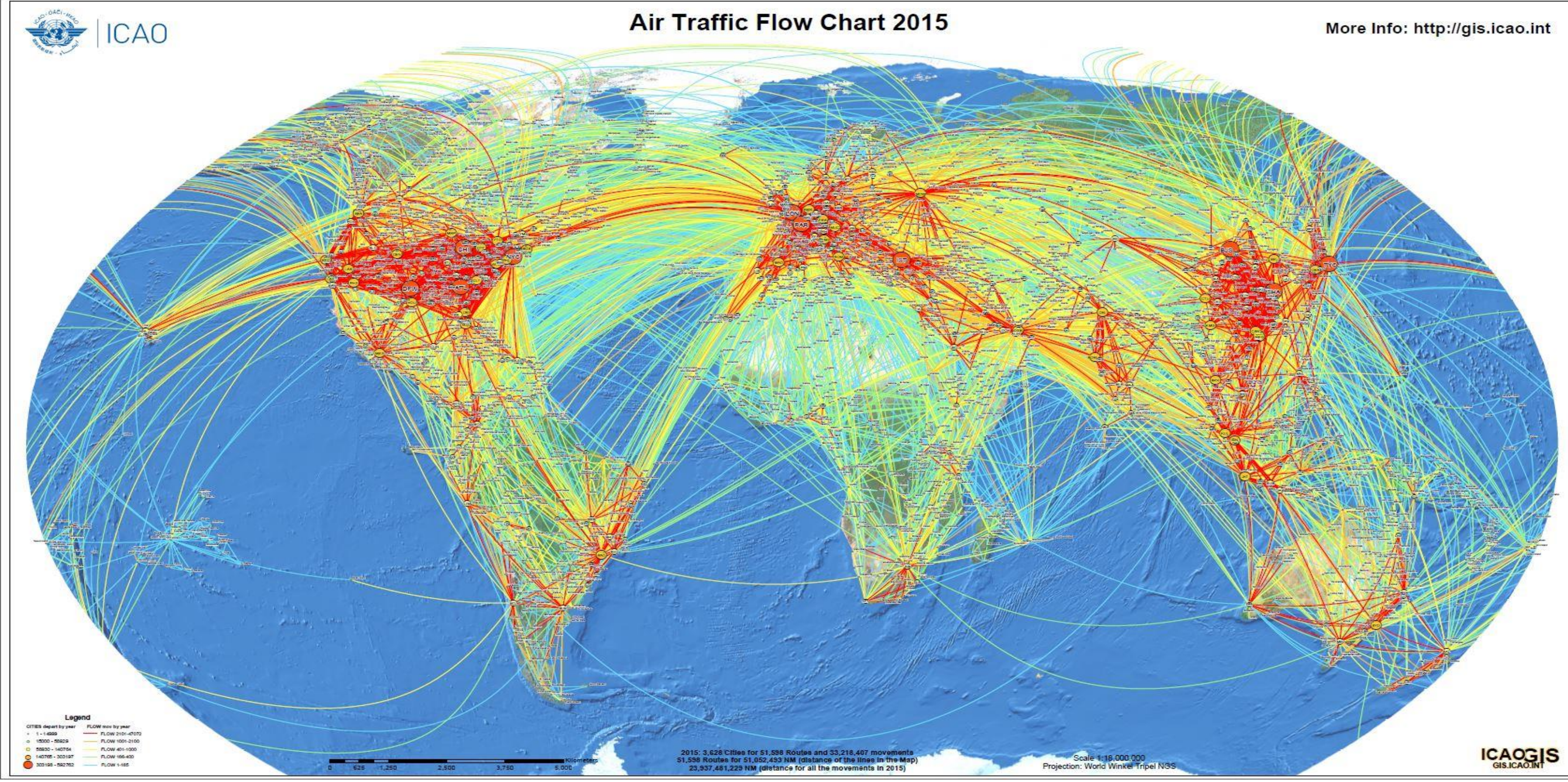
gdzie składowa przepływu $\Omega^X{}_i = \sum_j \left(d_{ji} X_i - d_{ij} X_j \right), \quad X \equiv S \vee I$

tempo przepływu $d_{ij} = \frac{\omega_{ij}}{N_i}$

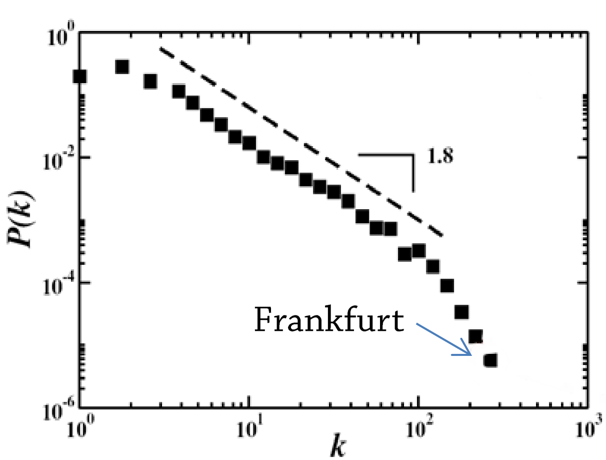
Liczba osób ω_{ij} określona na podstawie danych na temat ruchu lotniczego

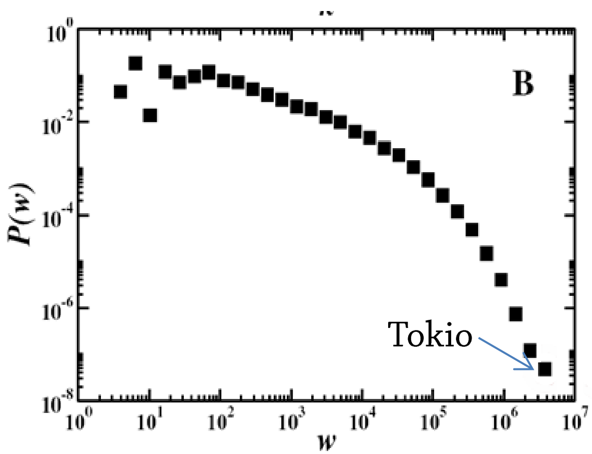






3100 lotnisk
18000 połączeń
99% ruchu pasażerskiego
$\omega \in (4, 6 \cdot 10^6)$ - rocznie





A. Barrat, et al.
The architecture of complex weighted networks
PNAS vol. 101 p. 3747-3752 (2004)

Przypadek: SARS

Dane empiryczne:

r_β = 20% - na podstawie początkowej fazy epidemii w Hong Kongu

ε^{-1} - średni czas inkubacji

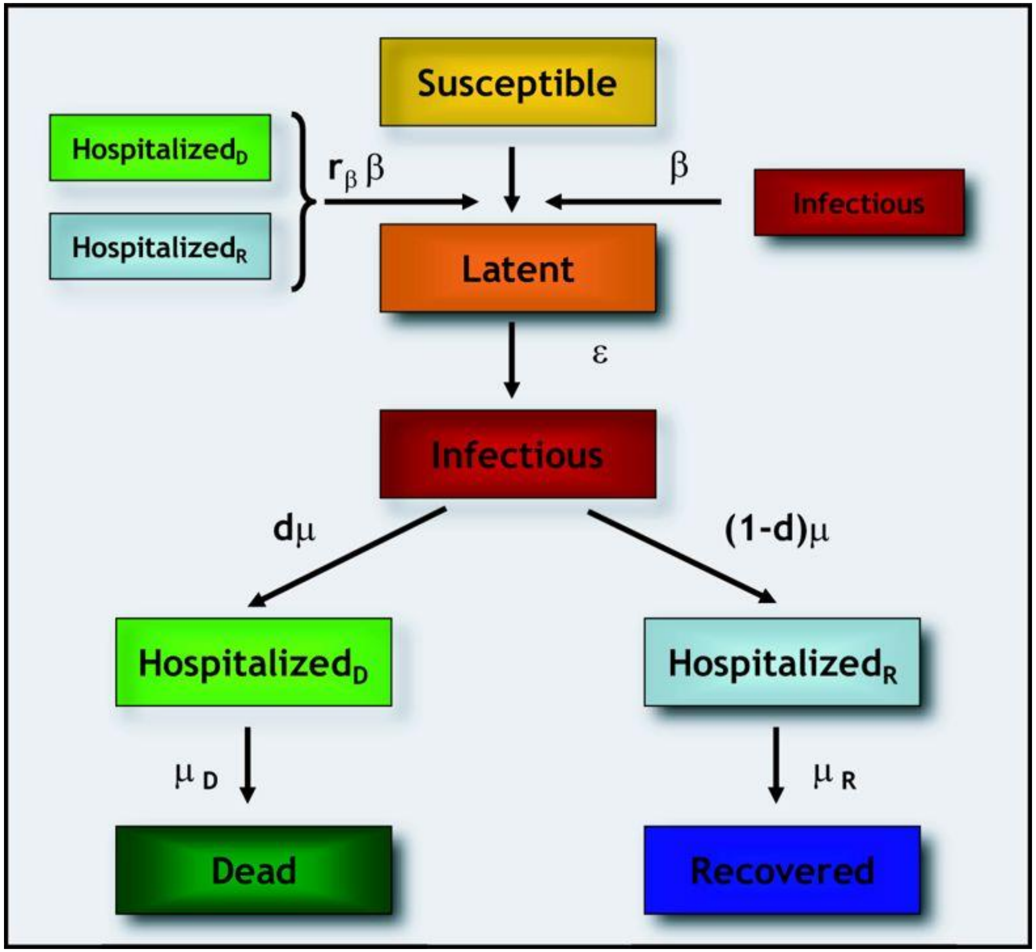
d – śmiertelność

μ^{-1} - średni czas od wystąpienia objawów klinicznych do przyjęcia do szpitala

$\mu_{D,R}^{-1}$ - średni czas hospitalizacji

Proces stochastyczny – podróżni wybierani losowo.

Hospitalizowani nie podróżują.



Vittoria Colizza, Alain Barrat, Marc Barthélemy and Alessandro Vespignani
Predictability and epidemic pathways in global outbreaks of infectious diseases: the SARS case study
BMC Medicine vol. 5, p.34 (2007)

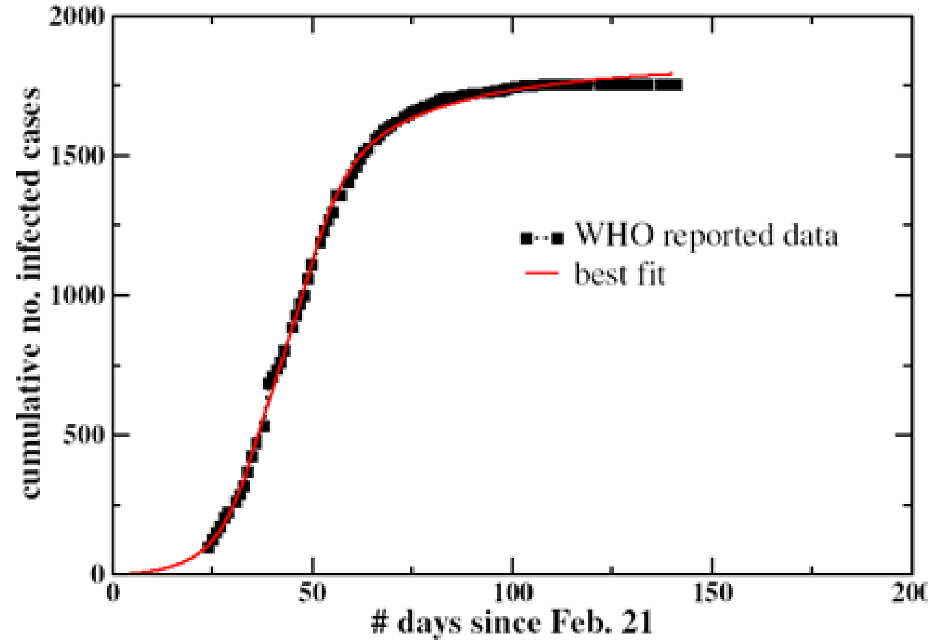
Przypadek: SARS

Dane ekstrapolowane z modelu na podstawie początkowej fazy epidemii w Hong Kongu :

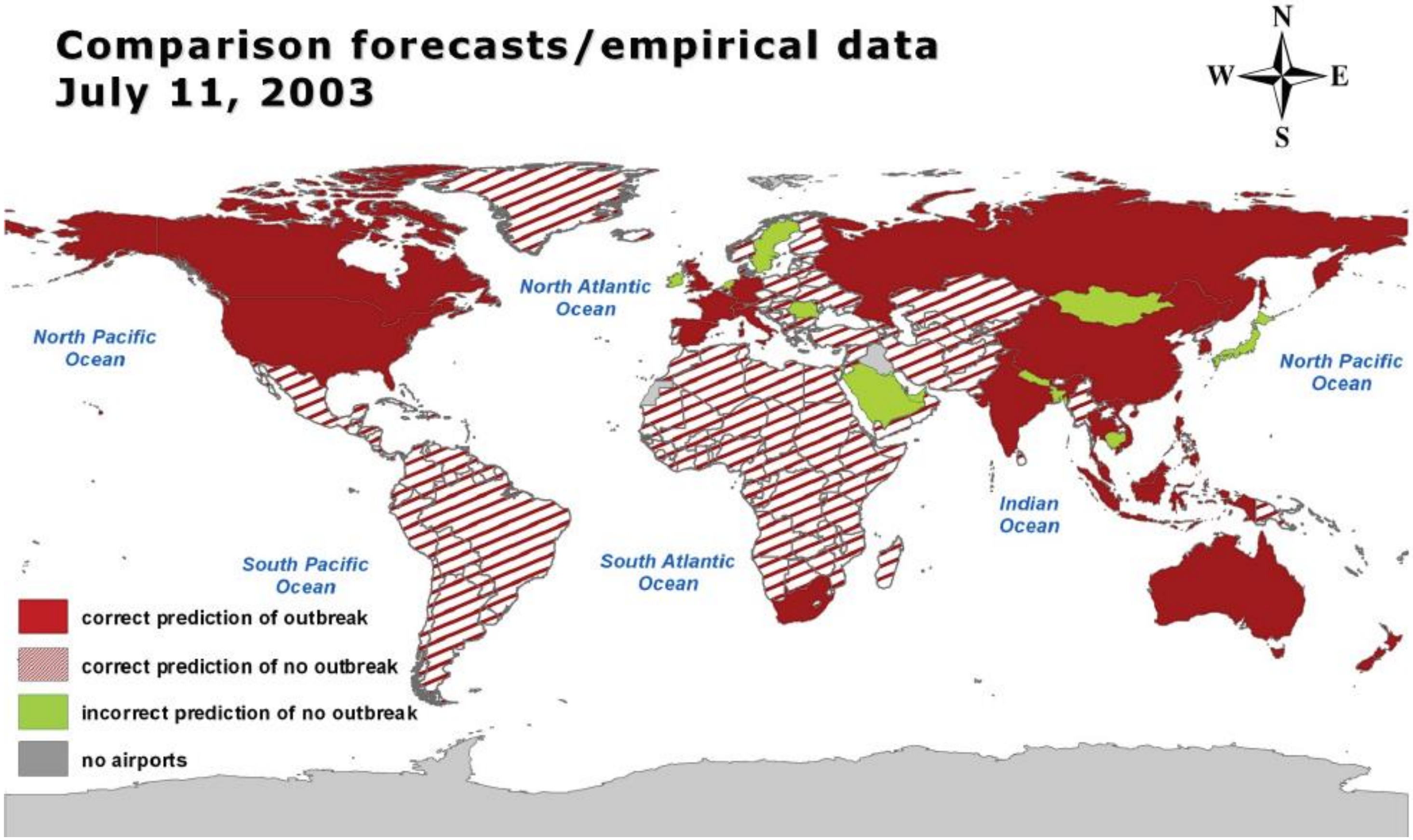
T_0 – czas od rozpoczęcia symulacji (tylko osobnicy w fazie utajonej) do zarejestrowania pierwszego przypadku

β - tempo transmisji

L_0 – liczba początkowych zarażonych osobników



Vittoria Colizza, Alain Barrat, Marc Barthélemy and Alessandro Vespignani
Predictability and epidemic pathways in global outbreaks of infectious diseases: the SARS case study
BMC Medicine vol. 5, p.34 (2007)



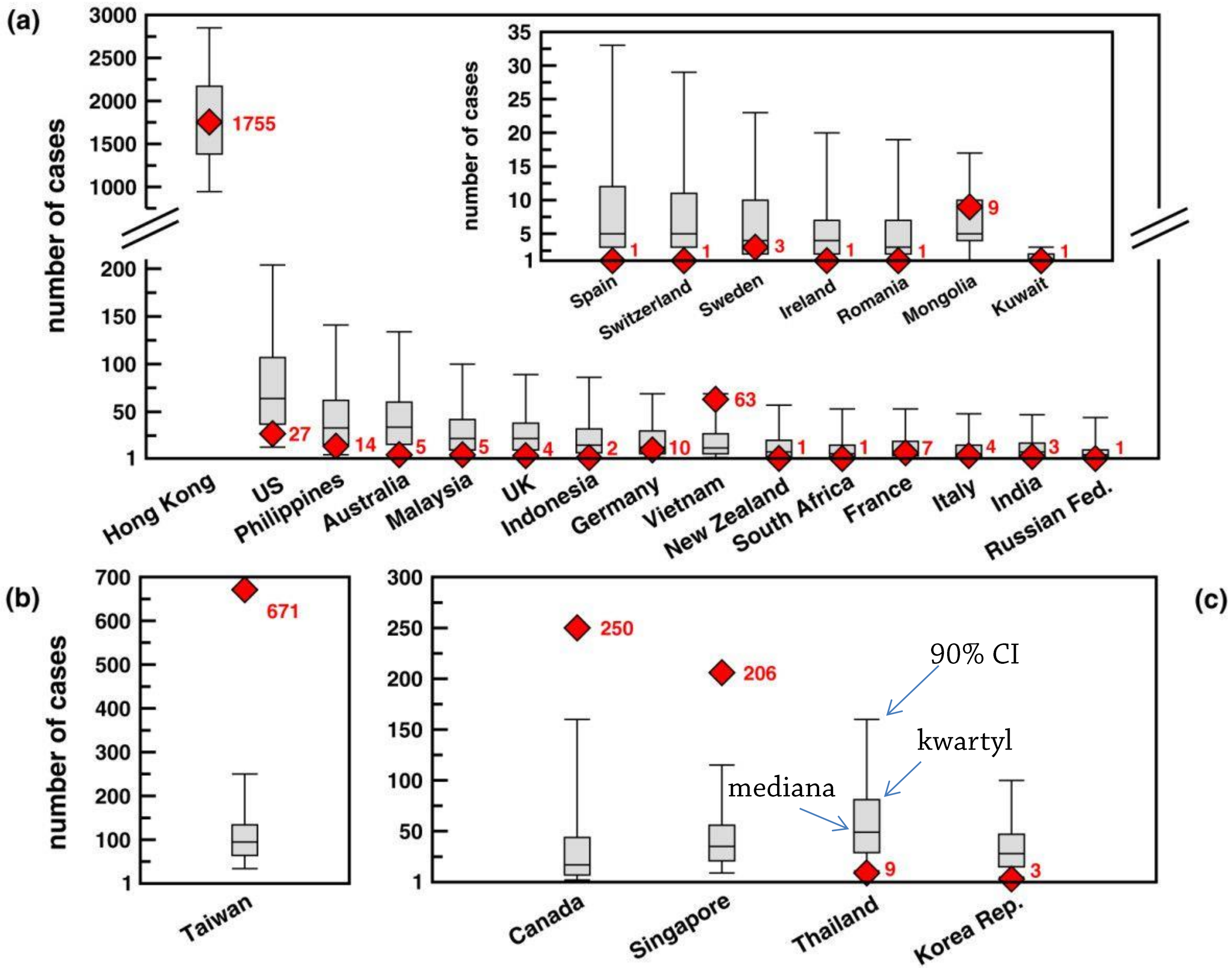
Symulacje prawidłowo opisały zagrożenie wybuchem epidemii w 205 z 220 państw.

Zagrożenie – min. 20% symulacji kończy się wybuchem epidemii w danym kraju.

W 23 krajach przewidziano wybuch epidemii (28 rzeczywistych przypadków).

W 10 krajach przewidziano wybuch epidemii (mimo jej braku wg WHO)

Vittoria Colizza, Alain Barrat, Marc Barthélemy and Alessandro Vespignani
Predictability and epidemic pathways in global outbreaks of infectious diseases: the SARS case study
BMC Medicine vol. 5, p.34 (2007)

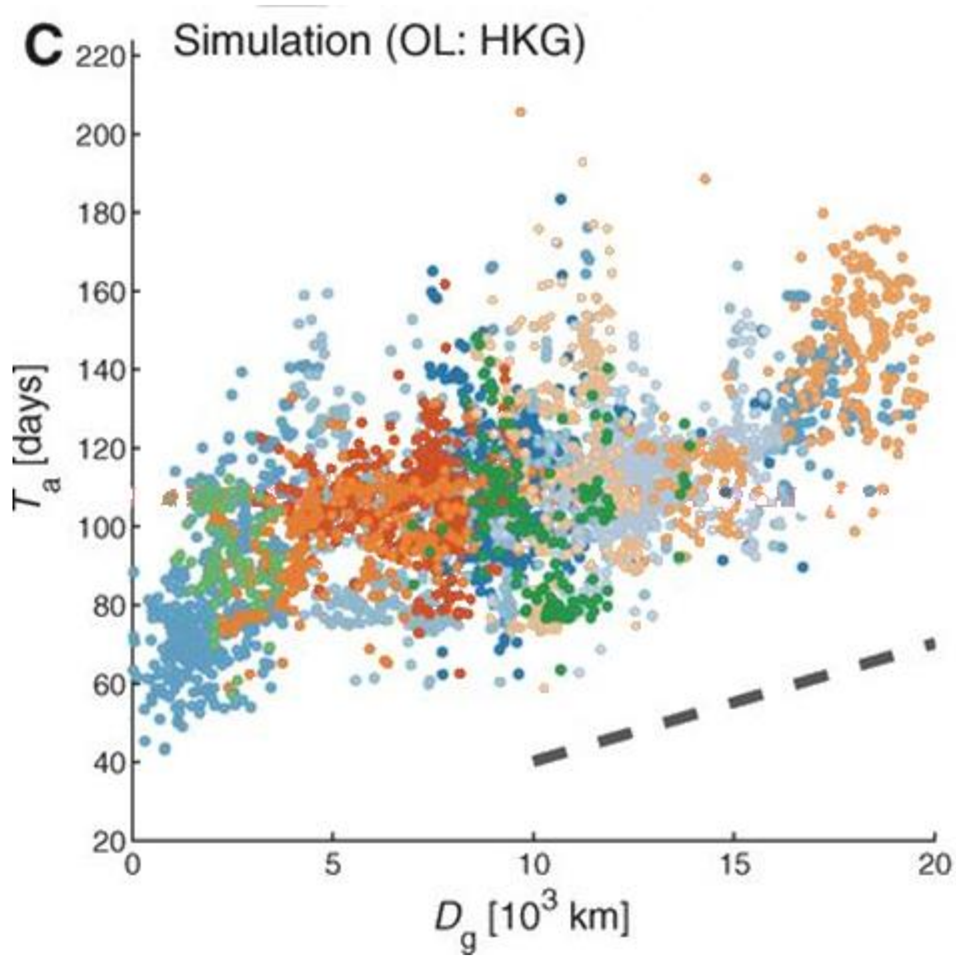


Przypadki zgod

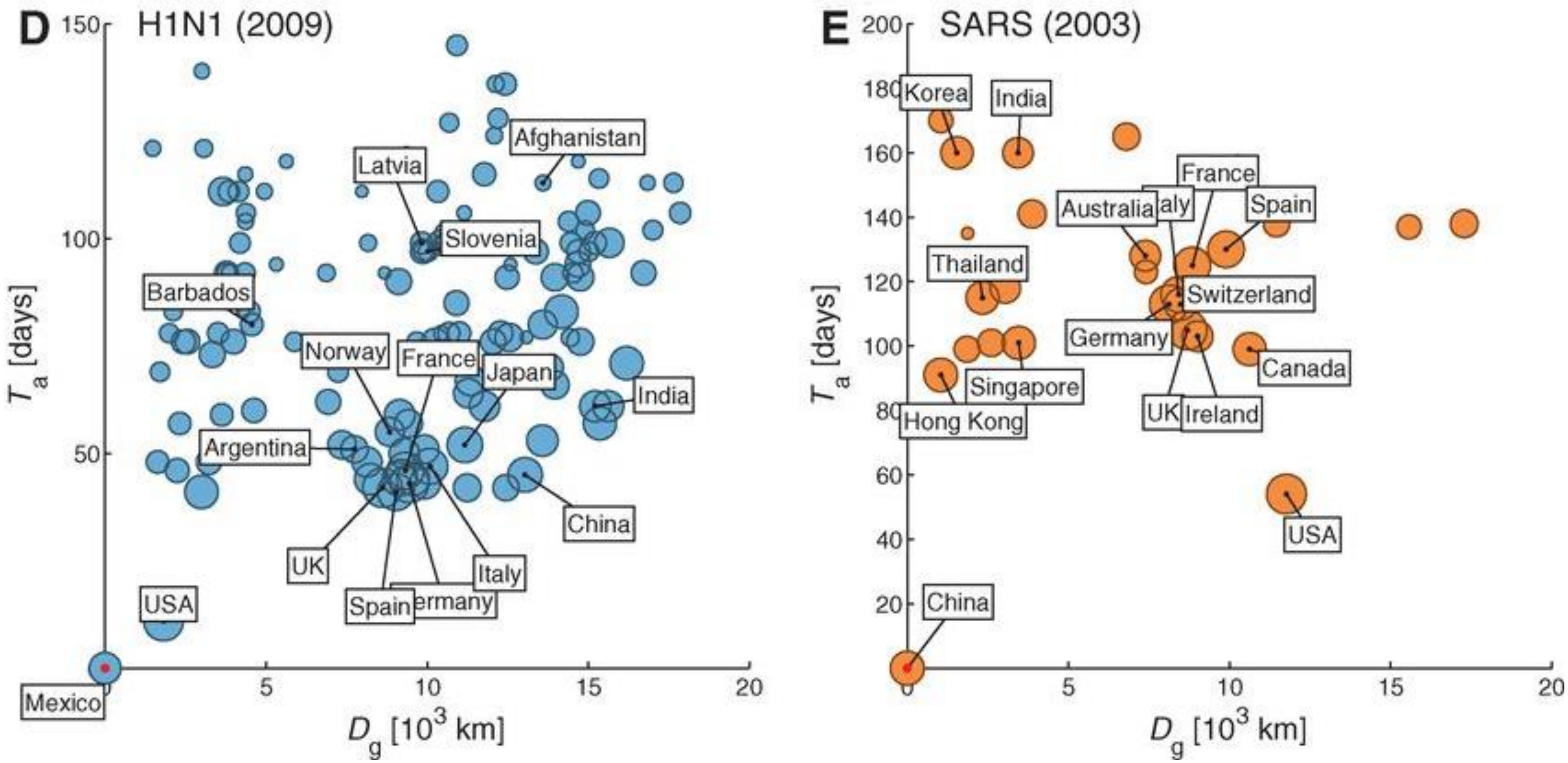
Przypadki niez

Vittoria Colizza, Alain Barrat, Marc Barthélemy and Alessandro Vespignani
Predictability and epidemic pathways in global outbreaks of infectious diseases: the SARS case study
BMC Medicine vol. 5, p.34 (2007)

Dirk Brockmann, Dirk Helbing
The Hidden Geometry of Complex, Network-Driven Contagion Phenomena
Science vol. 342:1337-1342 (2013)



Dirk Brockmann, Dirk Helbing
The Hidden Geometry of Complex, Network-Driven Contagion Phenomena
Science vol. 342:1337-1342 (2013)

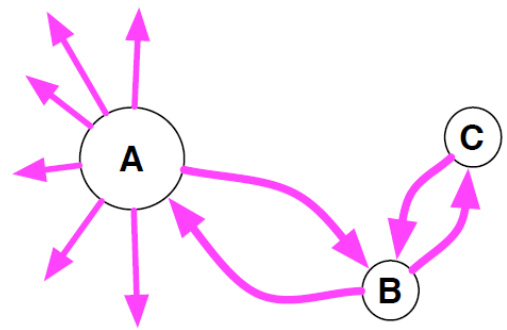


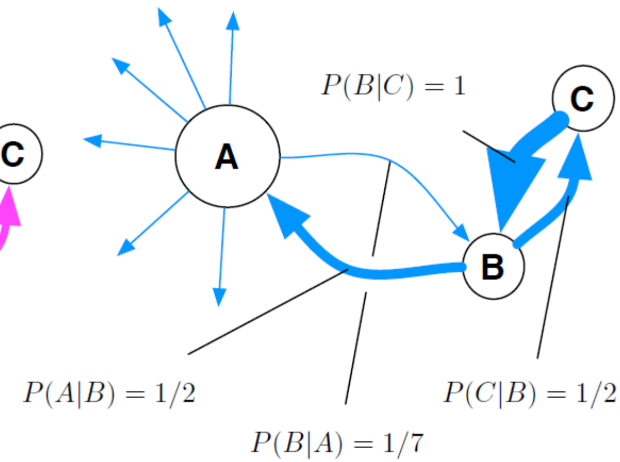
Dirk Brockmann, Dirk Helbing
The Hidden Geometry of Complex, Network-Driven Contagion Phenomena
Science vol. 342:1337-1342 (2013)

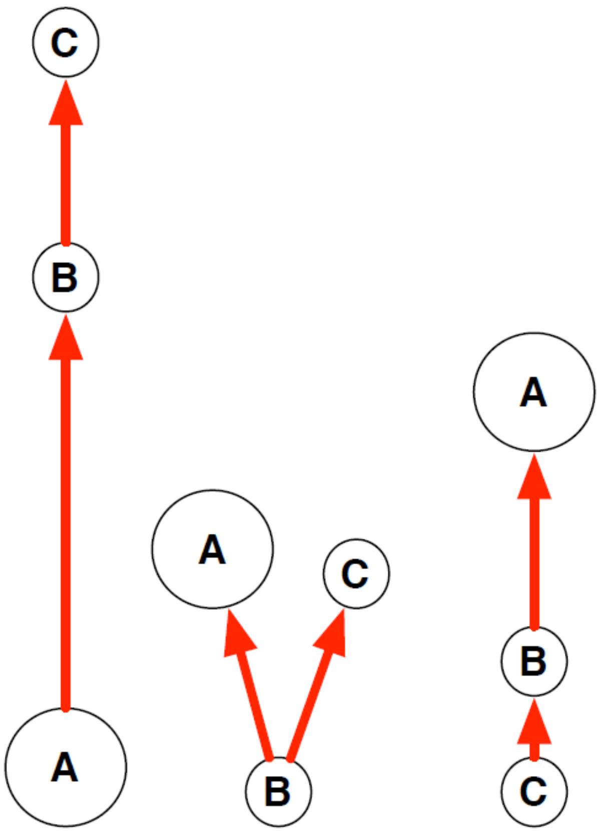
Przeskalowana odległość

$$d_{mn} = (1 - \ln P_{mn}) \geq 1$$

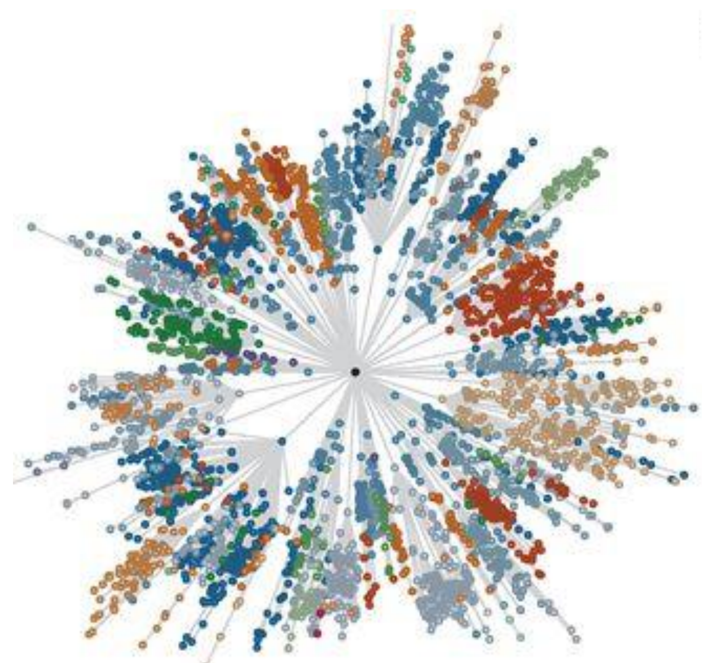
P_{mn} – ułamek całkowitej liczby pasażerów na świecie lecący z m do n



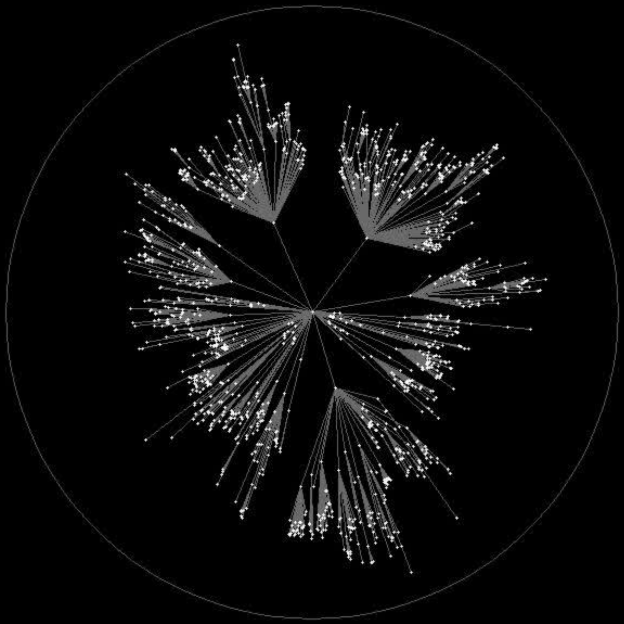


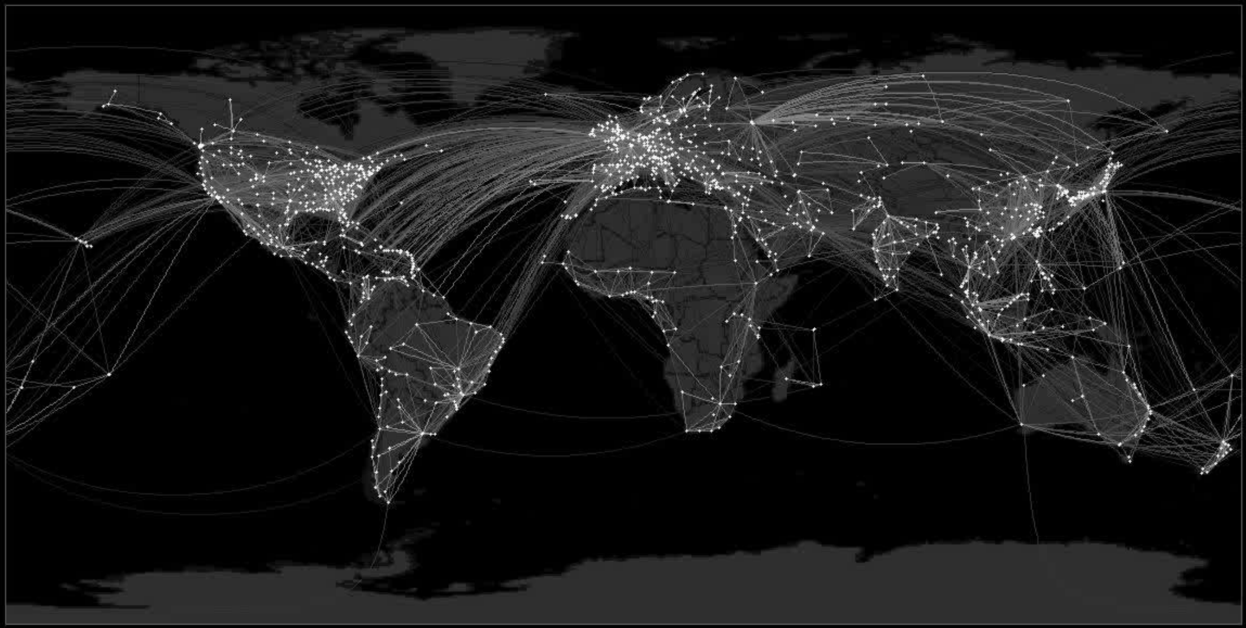


$$\begin{aligned}
D(B|A) &= 2.94 \\
D(C|A) &= D(C|B) + D(B|A) = 5.63 \\
D(A|B) &= 1.69 \\
D(C|B) &= 1.69 \\
D(A|C) &= D(A|B) + D(B|C) = 2.69 \\
D(B|C) &= 1
\end{aligned}$$

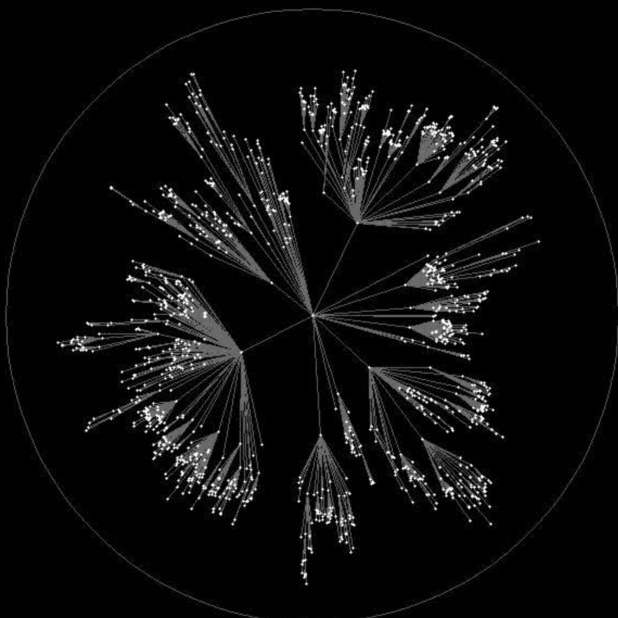
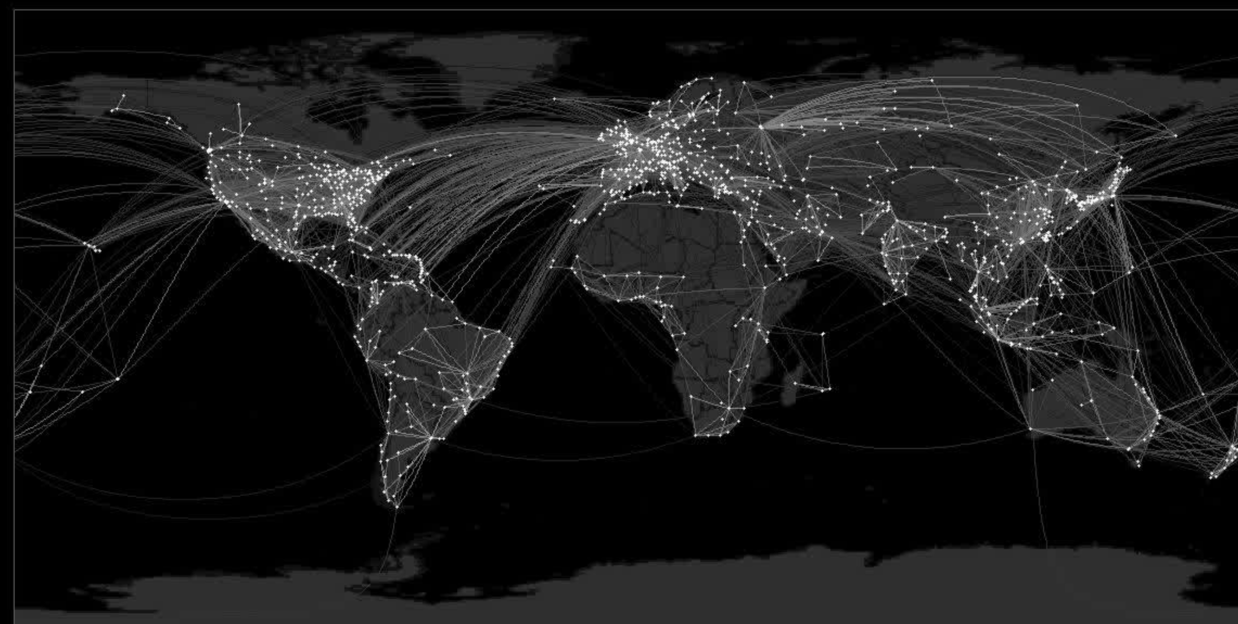


Dirk Brockmann, Dirk Helbing
The Hidden Geometry of Complex, Network-Driven Contagion Phenomena
Science vol. 342:1337-1342 (2013)

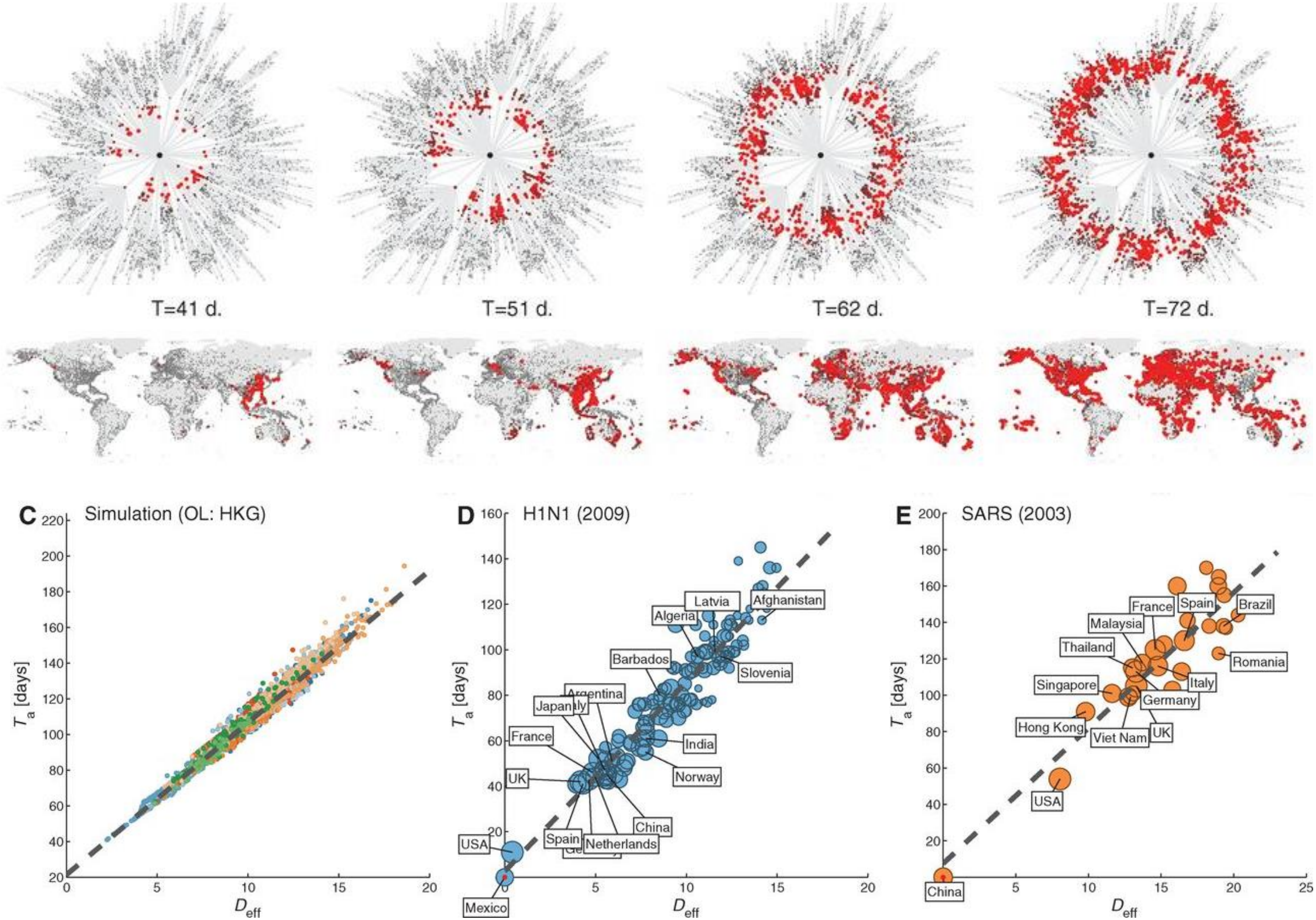




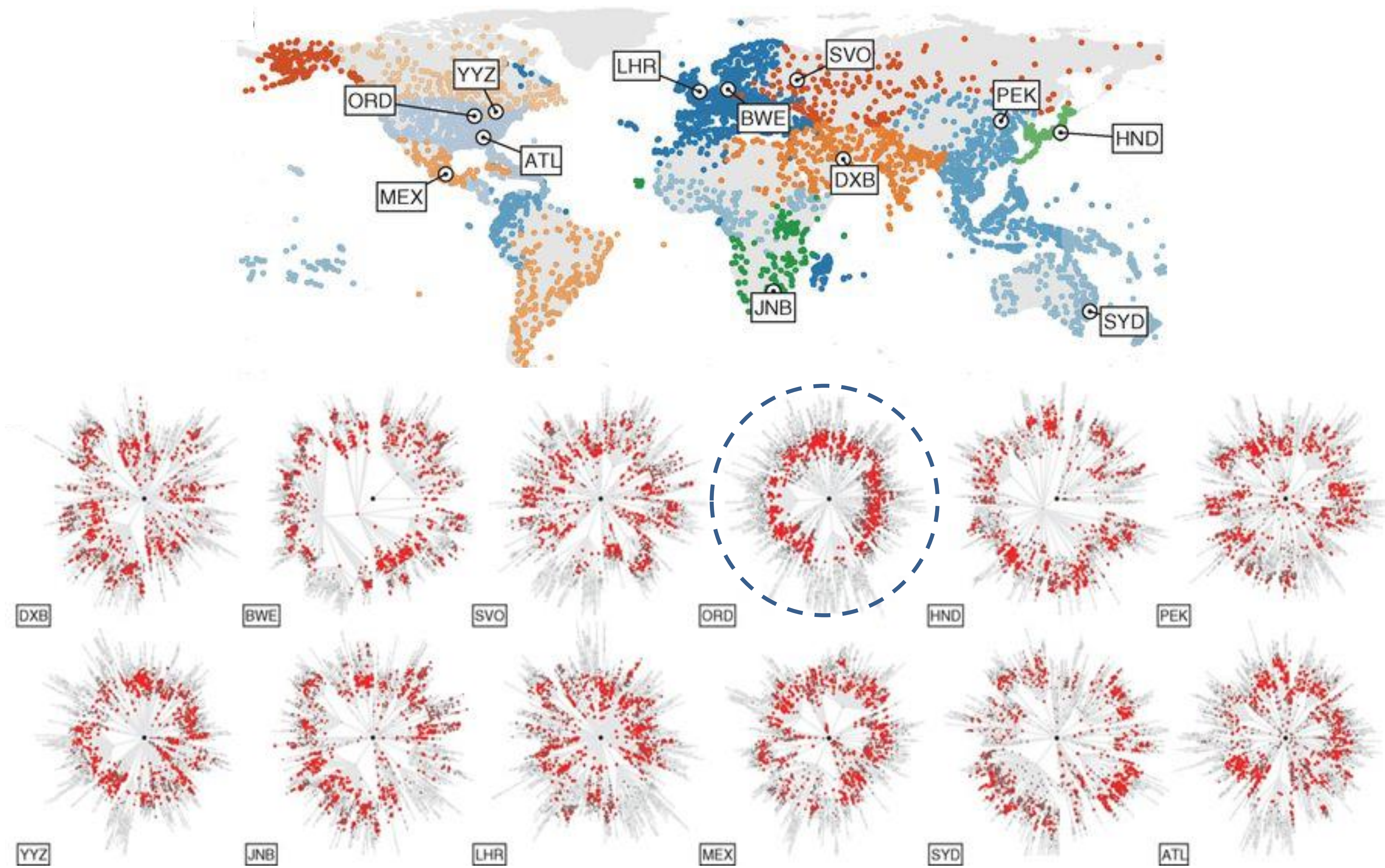
Dirk Brockmann, Dirk Helbing
The Hidden Geometry of Complex, Network-Driven Contagion Phenomena
Science vol. 342:1337-1342 (2013)

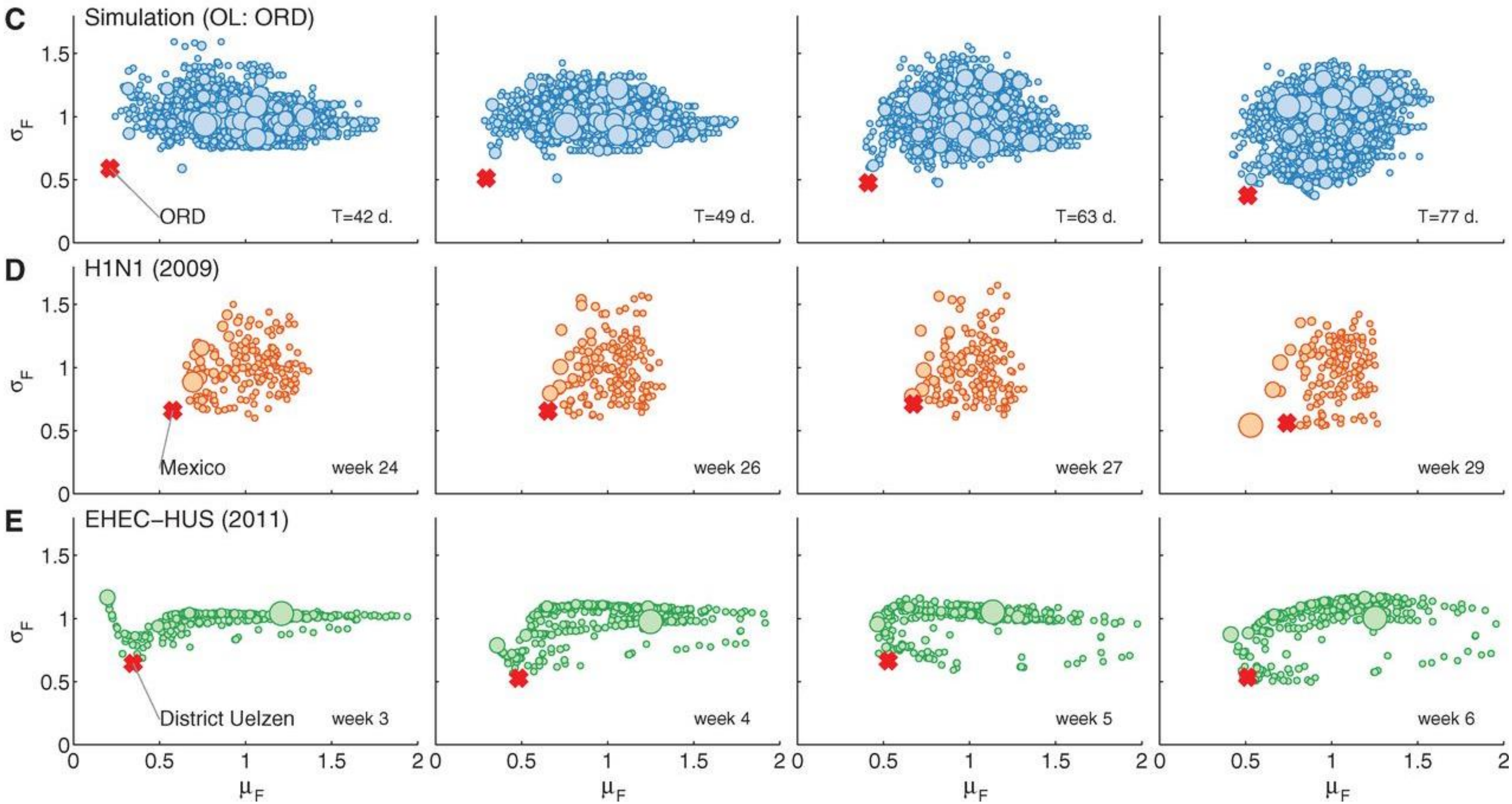
Dirk Brockmann, Dirk Helbing
The Hidden Geometry of Complex, Network-Driven Contagion Phenomena
Science vol. 342:1337-1342 (2013)



Dirk Brockmann, Dirk Helbing
The Hidden Geometry of Complex, Network-Driven Contagion Phenomena
Science vol. 342:1337-1342 (2013)



Dirk Brockmann, Dirk Helbing
The Hidden Geometry of Complex, Network-Driven Contagion Phenomena
Science vol. 342:1337-1342 (2013)



Dirk Brockmann, Dirk Helbing
The Hidden Geometry of Complex, Network-Driven Contagion Phenomena
Science vol. 342:1337-1342 (2013)